線形代数学 I-1 (上岡)　レポート課題 (2)　　**2014/5/28**

A4 紙に解答して 2014/6/4 (水) の講義時に提出. 答案は採点後に返却する. 提出する答案には氏名, 所属学部・学科, 学生 ID を明記すること. 最終的な答えだけでなく途中計算も書くこと.

問 1. 次の行列を行階段形または列階段形に簡約して行列の階数を求めよ. (答え (簡約後の階段形の行列) だけでなく途中計算 (変形途中の行列) も書くこと.)

(1) $\begin{pmatrix} 3 & -3 & 6 \\ 5 & -5 & 10 \end{pmatrix}$　(2) $\begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ 7 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$　(3) $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 6 & 6 \\ 3 & 5 & 7 & 11 \\ 13 & 17 & 19 & 23 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 \\ 12 & 13 & 14 \end{pmatrix}$　(5) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 3 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$　(6) $\begin{pmatrix} \sqrt{0} & \sqrt{1} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{4} & \sqrt{5} \\ \sqrt{6} & \sqrt{7} & \sqrt{8} \end{pmatrix}$

(7) $\begin{pmatrix} \log 1 & \log 2 & \log 3 \\ \log 4 & \log 5 & \log 6 \\ 2\log 2 & \log\frac{5}{2} & \log 2 \end{pmatrix}$　(8) $\begin{pmatrix} \cos x & \cos 2x & \cos 3x \\ \sin x & -\sin 2x & -\sin 3x \\ 1 & \cos 3x & \cos 4x \end{pmatrix}$　(x は任意の実数)

問 2. 次の連立 1 次方程式の拡大係数行列を書き下せ. さらに掃き出し法により解構造を調べよ. (解が存在するか否かを答えよ. 解が存在するならば解を求めよ. ただし解が一意的で無い場合には解のパラメータ表示を書け.)

(1) $\begin{cases} x+y+z=0, \\ x-y-z=1, \\ x+y-z=2 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 2x-y-z=1, \\ x+y+2z=1, \\ x-2y-3z=1 \end{cases}$　(3) $\begin{cases} 2x+2y+z=10, \\ 8x-y+2z=5 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x+y+z+w=8, \\ x+w=4, \\ y+z=4, \\ x-y-z+w=0 \end{cases}$　(5) $\begin{cases} 9x+12y-6w=21, \\ 5y-2z-10w=-11, \\ 3x+3z+5w=0, \\ 11x-9y-z=23 \end{cases}$　(6) $\begin{cases} 4x+y+4z=-5, \\ -x+7y-6z=8, \\ 2x+15y-8z=11 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} x+y+z=\alpha, \\ x+y+w=\beta, \\ x+z+w=\gamma, \\ y+z+w=\delta \end{cases}$　($\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は任意の実数)

問 3. 次の正方行列が正則か否か答えよ. 正則ならば逆行列を求めよ.

(1) $\begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha\gamma & \beta\gamma \end{pmatrix}$ (α, β, γ は任意の実数)

(4) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & -2 & 7 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (5) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ (6) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ (7) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{pmatrix}$

(8) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (9) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

問 4. 3 変数 x, y, z に関する斉次連立 1 次方程式

$$\begin{cases} \alpha x + \beta y + \gamma z = 0, \\ \delta x + \varepsilon y + \varphi z = 0 \end{cases} \tag{*}$$

を考える. $(x, y, z) = (a, b, c)$ および $(x, y, z) = (d, e, f)$ がともに (*) の解であるとき $(x, y, z) = (a, b, c) + (d, e, f) := (a + d, b + e, c + f)$ も (*) の解であることを示せ.

問 5. 基本行列 $E_{n;k}(\alpha)$ の逆行列は基本変形により次のようにして求められる:

$$\begin{array}{c} (E_{n;k}(\alpha), E_n) \\ \downarrow \text{ 第 } k \text{ 行を } \alpha^{-1} \text{ 倍する} \\ (E_n, E_{n;k}(\alpha^{-1})) \end{array}$$

従って $E_{n;k}(\alpha)^{-1} = E_{n;k}(\alpha^{-1})$ である. 同様にして基本行列 $E_{n;k,\ell}(\beta)$ および $F_{n;k,\ell}$ の逆行列を基本変形により求めよ.