

解析学 II-1: 期末試験 (2018-01-25)

学籍番号 _____

氏名 _____

問題 1 次の積分の値を求めよ.

$$(a) \int_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 0}} xy e^{x+y} dx dy$$

$$(b) \int_{0 \leq x, y \leq \pi} \cos(x+y) dx dy$$

問題2 次の積分の値を求めよ.

$$(a) \int_{0 \leq x \leq y \leq 1} (x - y)^2 dx dy$$

$$(b) \int_{\substack{0 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x} \leq y \leq 1}} \sqrt{1 - y^3} dx dy$$

問題3 次の問いに答えよ.

(a) 次の積分の値を変数変換 $s = x + y$, $t = x - y$ を用いて求めよ.

$$\int_{\substack{0 \leq x+y \leq 1 \\ 0 \leq x-y \leq 1}} (x^2 - y^2) dx dy$$

(b) 次の積分の値を極座標に変換して求めよ.

$$\int_{\substack{y \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq a^2}} y(x^2 + y^2) dx dy$$

問題 4 次の広義積分の値を求めよ. ただし通常の積分の極限として計算すること.

$$(a) \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$$

$$(b) \int_0^{\infty} e^{-\alpha x} dx \quad (\alpha > 0)$$

問題 5 広義積分 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$ の値を求めよ.